

Matematik Bölümü Analiz I Dersi Final Sınavı
15.01.2024

Adı-Soyadı: **Numarası:**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	T

Aşağıda 10 soru bulunmaktadır. Her soru 10 puan değerindedir. Süre 100 dakikadır. **Lütfen cevaplarınızı (her bir adımı tüm gerekçeleri ile açıklayarak) açık ve anlaşılır bir biçimde yazınız.** Başarılar... S. Şevgin

S o r u l a r

1. Gerekli açıklamaları yaparak $A = [1, 3)$ kümesinin kompakt olup-olmadığını belirleyiniz.
2. $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x}$ fonksiyonu veriliyor.
 - (a) f nin üstten sınırlı olmadığını gösteriniz.
 - (b) Her $a > 0$ reel sayısı için f nin $[a, \infty)$ aralığında sınırlı olduğunu gösteriniz.
3. $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ ve $g : A \rightarrow \mathbb{R}$ sınırlı fonksiyonlar olsun. $f + g : A \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonunun sınırlı olduğunu gösteriniz.
4. Dizilerin yakınsaklık tanımını kullanarak $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2+1}{n^2+3n} = 2$ olduğunu gösteriniz.
5. Alt dizilerini kullanarak $(a_n) = \left((1 - \frac{1}{n}) \sin \frac{n\pi}{2}\right)$ dizisinin ıraksak olduğunu gösteriniz.
6. $a_1 = 1$ ve her $n \in \mathbb{N}$ için $a_{n+1} = \frac{1}{4}(a_n + 5)$ şeklinde tekrarlamalı olarak tanımlanan (a_n) dizisinin monoton ve sınırlı olduğunu göstererek limitini bulunuz.
7. Limit özelliklerini kullanarak aşağıda verilen dizilerin limitini bulunuz.
 - (a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2-2n+1}{3n-2n^2}$
 - (b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3n+1}}{\sqrt{n}+\sqrt{3}}$
8. $(a_n) = (n^2(-1 + (-1)^n))$ dizisi için $\limsup_{n \rightarrow \infty} a_n$ ve $\liminf_{n \rightarrow \infty} a_n$ değerlerini bulunuz.
9. Tanım kullanarak $(a_n) = \left(\frac{1}{2^n}\right)$ dizisinin bir Cauchy dizisi olduğunu gösteriniz.
10. Fonksiyonların limit tanımını kullanarak $\lim_{x \rightarrow 2} (3x - 7) = -1$ olduğunu gösteriniz.

C e v a p l a r