

Matematik Bölümü Analiz I Dersi 1. Kısa Sınavı
19.10.2023
S o r u l a r v e C e v a p l a r

1. " $\forall x, \exists y, \forall z, x + y + z \leq xyz$ " ifadesinin değilini yazınız. (20 p)
► $\exists x, \forall y, \exists z, x + y + z > xyz$
2. " $a, b, c \in \mathbb{R}$ ve $a > b$ olsun. Eęer $ac \leq bc$ ise $c \leq 0$ dır." ifadesinin karşıt tersini yazınız. (20 p)
► $a, b, c \in \mathbb{R}$ ve $a > b$ olsun. Eęer $c > 0$ ise $ac > bc$ dır. ($p \implies q \equiv \sim q \implies \sim p$)
3. "Her x reel sayısı için $x < y$ olacak şekilde en az bir y reel sayısı vardır." ifadesini matematiksel ifadelerle yazınız. (20 p)
► $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, x < y$
4. $(A \setminus B) \cup (B \setminus A) = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$ eşitliğini ispatlayınız. (40 p)
► $(A \setminus B) \cup (B \setminus A) = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$ eřitlięinin doęruluęunu gstermek için, $(A \setminus B) \cup (B \setminus A) \subseteq (A \cup B) \setminus (A \cap B)$ ve $(A \cup B) \setminus (A \cap B) \subseteq (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ olduęunu gstermeliyiz.
Öncelikle $(A \setminus B) \cup (B \setminus A) \subseteq (A \cup B) \setminus (A \cap B)$ olduğunu gösterelim. Bunun için keyfi bir $x \in (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ alalım. Bu durumda $x \in (A \setminus B)$ veya $x \in (B \setminus A)$ olur. Buradan $(x \in A \text{ ve } x \notin B)$ veya $(x \in B \text{ ve } x \notin A)$ yazılabilir. O halde $(x \in A \text{ veya } x \in B)$ ve $(x \notin B \text{ veya } x \notin A)$, buradan da $(x \in A \cup B \text{ ve } x \notin A \cap B)$ olur. O zaman $x \in (A \cup B) \setminus (A \cap B)$ dir. Sonuç olarak $(A \setminus B) \cup (B \setminus A) \subseteq (A \cup B) \setminus (A \cap B)$ olur.
şimdi de $(A \cup B) \setminus (A \cap B) \subseteq (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ olduğunu gösterelim. Bunun için keyfi bir $x \in (A \cup B) \setminus (A \cap B)$ alalım. Bu durumda $(x \in A \cup B \text{ ve } x \notin A \cap B)$ dir. Buradan $(x \in A \text{ veya } x \in B)$ ve $(x \notin B \text{ veya } x \notin A)$ yazılabilir. O halde $(x \in A \text{ ve } x \notin B)$ veya $(x \in B \text{ ve } x \notin A)$, buradan da $x \in (A \setminus B)$ veya $x \in (B \setminus A)$ olur. O zaman $x \in (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ dir. Sonuç olarak $(A \cup B) \setminus (A \cap B) \subseteq (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ olur.
Her iki kapsamadan $(A \setminus B) \cup (B \setminus A) = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$ eřitlięi elde edilir.